

Andrei Nikolaevich KOLMOGOROV (1903 - 1987)

Guido Boffetta e Angelo Vulpiani

Il 25 aprile di quest'anno è stato celebrato il centenario della nascita di Andrei Nikolaevich Kolmogorov (ANK), probabilmente il maggior matematico Sovietico ed uno dei grandi scienziati del ventesimo secolo. Nato da padre naturale (il cognome è infatti ereditato dal nonno materno) e orfano di madre dalla nascita, viene allevato da una zia materna (Vera Y. Kolmogorova) che gli trasmette, nelle sue parole, il senso di responsabilità individuale e di indipendenza di pensiero. Dopo le scuole lavora per qualche tempo come conduttore di tram fino a che entra nell'Università di Mosca nel 1920. Erano quelli anni duri nella nuova URSS: quando scopre che gli studenti del secondo anno ricevono, oltre al misero salario, una razione aggiuntiva mensile di 16 kg di pane e 1 kg di strutto, sostiene subito gli esami per passare all'anno successivo.

Andrei Nikolaevich si rivela subito molto precoce: quando si laurea in Matematica, nel 1925, ha già all'attivo diverse pubblicazioni scientifiche, tra le quali un fondamentale lavoro, del 1922, in cui costruisce una funzione integrabile con serie di Fourier divergente quasi ovunque, che lo rende noto a livello internazionale. Alla fine del dottorato, a 26 anni, ha gettato le basi della moderna teoria delle probabilità. Nel 1933 appare in tedesco la sua monografia *Concetti Fondamentali della Teoria delle Probabilità*, è questo forse il contributo più importante della prima fase della ricerca di Kolmogorov: la fondazione della teoria delle probabilità su una base assiomatica che supera la storica disputa tra frequentisti e soggettivisti. Non è esagerato sostenere che tale libro ha avuto per il calcolo delle probabilità, lo stesso ruolo degli *Elementi* di Euclide per la geometria.

Dopo il dottorato (estate del 1929) parte in vacanza con barca e tenda (messi a disposizione dalla *Società per il Turismo e le Escursioni Proletarie*) lungo il Volga in compagnia del matematico Aleksandrov: tre settimane tra fiumi, laghi e montagne (ma anche lavoro matematico sui processi di Markov) da cui nascerà

un'amicizia che durerà per tutta la vita. Nel 1931 ANK è nominato professore all'Università di Mosca, presso la quale svolgerà tutta la sua attività scientifica (salvo brevi periodi in Francia ed in Germania).

L'attività scientifica di ANK è stata così vasta ed articolata che è praticamente impossibile riassumerla in poche pagine. Le sue ricerche in matematica pura vanno dalla logica ai processi stocastici, dall'analisi alla teoria degli automi. In tutti i suoi contributi, anche in quelli più brevi, ANK non ha mai toccato problemi isolati, ma al contrario ha gettato luce su aspetti fondamentali aprendo nuovi campi di ricerca. Proprio per la vastità delle sue ricerche, diversi studiosi, anche grandi matematici, conoscono Kolmogorov solo per alcuni particolari aspetti della sua multiforme attività. Ricorda con una certa ironia V.I. Arnold: *Nel 1965 Fréchet mi disse "...Kolmogorov, non è quel brillante giovane che ha costruito una funzione integrabile con serie di Fourier divergente quasi ovunque?" Tutti i successivi contributi di Andrei Nikolaevich - in teoria della probabilità, topologia, analisi funzionale, teoria della turbolenza, teoria dei sistemi dinamici- erano di minor valore agli occhi di Fréchet.*

Ci limiteremo a toccare alcuni aspetti sull'influenza di ANK in moderni settori di ricerca non solo strettamente matematici: caos, turbolenza, complessità, descrizione matematica di fenomeni biologici e chimici.

L'interesse di Kolmogorov nella teoria delle probabilità non è stato limitato al solo livello tecnico e formale: egli getterà infatti le basi della teoria dei processi stocastici che lo porterà negli anni 40 e 50 ad interessarsi di diversi problemi fisici e biologici. In molti di questi lavori, il suo contributo ha addirittura rivoluzionato la nostra visione del problema, come nel caso dello studio della turbolenza dove i lavori di ANK rimangono ancora, dopo 60 anni, uno dei pochi punti certi della nostra comprensione, a tutt'oggi non completa, di questo complesso fenomeno. Proprio il problema della turbolenza (cioè del moto irregolare dei fluidi ad alti numeri di Reynolds) dà un'idea della straordinaria versatilità di Kolmogorov: allo studio formale matematico del problema egli alterna, in prima persona, l'analisi statistica dei dati sperimentali di

turbolenza atmosferica. Scrive Ya. G. Sinai nella prefazione ad un recente volume: *Quando Kolmogorov aveva circa 80 anni gli chiesi della sua scoperta delle leggi di scala. Mi diede una risposta stupefacente dicendomi che per circa mezzo anno aveva studiato i risultati delle misure sperimentali.*

La sua descrizione teorica della turbolenza sviluppata è stata di vastissima generalità: l'introduzione del concetto di invarianza di scala è infatti alla radice del metodo del gruppo di rinormalizzazione sviluppato negli anni '70. Un secondo fondamentale contributo alla turbolenza agli inizi degli anni '60, in risposta ad un'osservazione del grande fisico teorico Lev D. Landau sulle fluttuazioni intermittenti dell'energia dissipata, è stato il punto di partenza di studi (ancora in corso) sulla fluttuazioni anomale a piccola scala. La sua teoria lognormale per la turbolenza, anche se ormai in parte tecnicamente superata, è alla base dei processi stocastici intermittenti (multiaffini o multifrattali) che trovano oggi applicazioni dalla finanza alla geofisica.

Alla fine degli anni 30 Kolmogorov, in collaborazione con Petrovsky e Piscounov, studia l'evoluzione spaziale di specie biologiche introducendo un sistema di equazioni matematiche che è alla base dei moderni studi di sistemi di reazione-diffusione. Da questo studio pionieristico è nato il settore dei sistemi di equazioni alle derivate parziali con reazione- diffusione che ha applicazioni che spaziano dalla diffusione di epidemie all'evoluzione di complessi processi chimici come il bilancio dell'ozono e la combustione. Occupandosi di problemi biologici nell'Unione Sovietica stalinista, Kolmogorov si trova coraggiosamente a contrastare il potente accademico Lysenko (che sosteneva una violenta campagna contro la genetica in quanto, a suo avviso, non conforme al materialismo dialettico): una disputa scientifica che diversi eminenti biologi sovietici del periodo pagano a durissimo prezzo.

Un altro campo di ricerca moderno indissolubilmente legato al nome di Kolmogorov è la teoria dei sistemi Hamiltoniani quasi integrabili. Già H. Poincaré, alla fine dell'800, aveva mostrato, studiando il cosiddetto problema "dei tre corpi" della meccanica celeste (ovvero il moto di 2 pianeti attorno al sole, oppure del sistema sole-terra-luna), che aggiungendo una piccola perturbazioni ad un sistema Hamiltoniano integrabile il moto,

in genere, non è più integrabile e può avere un comportamento caotico. Nella trattazione di questo problema, Kolmogorov formula un teorema fondamentale, perfezionato in seguito dal suo allievo V.I. Arnol'd e da J. Moser (teoria KAM), che costrinse ad un ripensamento su alcune consolidate (ma erranee) convinzioni (ad esempio sulla generica ergodicità dei sistemi Hamiltoniani). Nonostante la non esistenza di integrali primi non banali, se la perturbazione è piccola, sotto opportune ipotesi, sopravvivono tori invarianti (che sono deformazioni di quelli imperturbati) in un insieme la cui misura tende ad 1 nel limite integrabile. La teoria KAM è ora un fiorente settore della fisica matematica che trova applicazioni dalla meccanica celeste, all'instabilità in fisica dei plasmi ai fondamenti della meccanica statistica.

Altri contributi di ANK allo sviluppo della scienza del '900 che vogliamo ricordare riguardano la teoria dell'informazione e la definizione di complessità.

Kolmogorov fu tra i pochi matematici a comprendere immediatamente la rilevanza, non solo pratica, della teoria di Shannon. Scrive lo stesso ANK: *Ricordo che anche al Congresso Internazionale dei Matematici di Amsterdam del 1954 i miei colleghi americani, in particolare gli esperti di probabilità, vedevano il mio interesse per il lavoro di Shannon come qualcosa di eccessivo in quanto la tematica sarebbe stata di rilevanza tecnologica ma non matematica. Oggi queste opinioni non meritano neanche una risposta.* La sistematizzazione matematica della teoria avvenne nella seconda metà degli anni 50 principalmente per opera di Khinchin, Gelfand e Yaglom, oltre che dello stesso ANK. Particolarmente significativo è stato l'utilizzo di concetti della teoria dell'informazione nell'ambito dei sistemi dinamici; questo ha portato all'introduzione di quella che oggi è chiamata *entropia di Kolmogorov-Sinai*. Questa quantità intrinseca (cioè indipendente dalle variabili usate) misura l'informazione generata nell'unità di tempo nei sistemi caotici.

Nel 1965, Kolmogorov propone una misura (non ambigua e matematicamente ben fondata) della complessità di un oggetto (per esempio una sequenza di bit) come la lunghezza del minimo programma necessario per riprodurre la sequenza. Questa tematica, inizialmente legata ad un contesto molto particolare

(un'apparente "manchevolezza" della teoria della probabilità che assegna ad ogni successione di 0 ed 1 generati dal lancio di una moneta non truccata, la stessa probabilità), si è sviluppata dando luogo ad un prolifico settore di ricerca: la complessità algoritmica. Settore rilevatosi estremamente generale e importante per le sue connessioni con il caos, il teorema di Gödel e l' applicazione ai problemi più disparati, dalla linguistica, allo studio delle sequenze di DNA, all'analisi delle serie finanziarie.

Queste poche pagine non bastano certo a rendere conto in modo completo della personalità scientifica ed umana di Kolmogorov. Da grande teorico seppe trattare in modo profondo problemi "pratici" (quali la turbolenza e i fenomeni biologici) aprendo nuovi filoni matematici; analogamente a partire da tematiche fondamentali (come la complessità) contribuì a sviluppare un settore di ricerca che trova oggi applicazioni pratiche nelle scienze informatiche. La sua attività è forse la migliore prova del fatto che non esiste una scienza fondamentale ed una applicata, bensì la scienza e le sue applicazioni.

Kolmogorov fu anche estremamente attivo come divulgatore (scrisse oltre cento voci per la Grande Enciclopedia Sovietica) e come insegnante; in particolare era interessato all'educazione matematica degli adolescenti quando, a suo avviso, il sistema scolastico non li aveva ancora convinti dell'inutilità della scienza. Ebbe oltre 60 studenti di dottorato (tra i quali molti futuri importanti scienziati) con i quali amava passare almeno un paio di giorni alla settimana nella sua dacia a Kamarovka vicino Mosca a discutere di matematica e a competere in sci, corsa e ... *"specialmente amavamo nuotare nei fiumi in disgelo: io solo per piccole distanze, mentre Aleksandrov nuotava molto più a lungo."*

Il suo entusiasmo per tutti gli aspetti della scienza lo portò a partecipare (quasi settantenne) a due campagne oceanografica di diversi mesi dal Baltico, all'Atlantico, canale di Panama, al Pacifico e ritorno a Mosca in transiberiana. Muore a Mosca nel 1987, dopo aver ricevuto numerosi premi ed onoreficenze ma, soprattutto, lasciando una eredità scientifica che sopravviverà ancora a lungo.

Breve guida bibliografica:

- [1] Per una breve biografia di ANK si veda: P.M.B.Vitanyi, *CWI Quarterly*, **1**, 3 (1988),
(<http://www.cwi.nl/~paulv/KOLMOGOROV.BIOGRAPHY.html>)
- [2] Una dettagliata presentazione dei molti aspetti scientifici ed umani di ANK: *Kolmogorov in Perspective* (History of Mathematics, Vol. 20, American Mathematical Society, 2000). Il volume è scritto da alcuni dei suoi principali collaboratori ed allievi (P.S. Alexandrov, V.I. Arnol'd, S.M. Nikol'skii, A.N. Shirayev, Ya. G. Sinai, P.L. Ul'yanov)
- [3] V.M. Tikhomirov and A.N. Shirayev (Editori) *Selected works of A.N. Kolmogorov*, Vol. 1,2 and 3 (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston London 1991) I volumi contengono i principali lavori di ANK, scelti da lui stesso, ed illuminanti commenti di allievi e collaboratori.
- [4] R. Livi et A. Vulpiani (Editori) *L' héritage de Kolmogorov en physique* (Éditions Belin, Paris 2003). Il volume contiene una presentazione dei recenti sviluppi nei settori del caos, turbolenza e teoria della complessità.
- [5] M. Li and P. Vitanyi *An Introduction to Kolmogorov Complexity and Its Applications* (Springer Verlag, Berlin,1997). Una trattazione molto completa della complessità algoritmica e delle sue applicazioni.

Gli Autori:

Guido Boffetta è Professore Associato di Fisica Sperimentale presso l'Università di Torino; si occupa di turbolenza sviluppata, sistemi caotici e fenomeni di trasporto.

Angelo Vulpiani è Professore Ordinario di Fisica Teorica presso l'Università di Roma *La Sapienza*; si occupa di turbolenza sviluppata, sistemi caotici, fenomeni di trasporto e meccanica statistica di non equilibrio. Ha pubblicato *Products of Random Matrices in Statistical Physics* (in collaborazione con A. Crisanti e G. Paladin; Springer-Verlag, Berlin 1993); *Determinismo e Caos* (Nuova Italia Scientifica, Roma 1994); *Dynamical Systems Approach to Turbulence* (in collaborazione con T.Bohr, M.H.Jensen e G.Paladin;

Cambridge University Press, 1998).